

RNSS BCS 변조를 위한 이진 Walsh-GIG 부호 설계

I. 서 론

유 승 수*, 김 선 용^o

Design of Binary Walsh-Gray and Inverse Gray Codes for RNSS Binary Coded Symbol Modulation

Seungsoo Yoo*, Sun Yong Kim^o

요 약

본 논문에서는 대표적인 직교 이진 부호인 Walsh 부호와 준직교 이진 부호인 GIG (Gray and Inverse Gray) 부호를 결합한 Walsh-GIG 부호를 설계하고, 각 부호에 대한 MSAAC (Mean-Square Aperiodic Auto-Correlation), MSACC (Mean-Square Aperiodic Cross-Correlation), FoM (Figure of Merit) 특성을 분석한다.

Key Words : binary code, Walsh code, Gray and Inverse Gray code, mean-square aperiodic auto-/cross-correlation, figure of merit

ABSTRACT

In this paper, we propose the Walsh-GIG code, which combines the Walsh code, a representative orthogonal binary code, and the Gray and Inverse Gray(GIG) code, a quasi-orthogonal binary code, and their Mean-Square Aperiodic Auto-/Cross-Correlation (MSAAC and MSACC) and Figure of Merit(FoM) characteristics are analyzed.

RNSS (Radio Navigation Satellite System)는 아는 위치를 공전하는 위성에서 송신한 신호를 지표상의 수신기에서 수신하여, 수신기의 PNT (Position, Navigation, and Time)를 결정하는 시스템이다. 폭 넓은 분야에서 RNSS의 PNT 정보가 활용되면서 여러 국가에서 RNSS를 구축해 활용하고 있으며, 우리나라도 독자 RNSS를 개발하고 있다. 많은 국가에서 RNSS를 개발 및 운용하고 있어 가용 주파수 대역에 대한 간섭이 크게 발생하고 있다. 이 문제를 해결하기 위해 BOC (Binary Offset Carrier) 변조와 같은 BCS (Binary Coded Symbol) 변조에 관한 연구가 활발히 진행되고 있다. 효과적인 BCS 변조를 위해서는 부호 열 집합의 원소 수가 많은 비교적 짧은 길이의 이진 부호(binary code)가 필요하다^{1,2}.

대표적인 이진 부호는 Gold 부호, Kasami 부호, Weil 부호, Walsh 부호 등이 있다. 이상적으로 완벽한 이진 부호는 PAC (Periodic Auto-Correlation) 값이 부호 위상에 차이가 있을 때(out-of-phase) 0이 되며, 서로 같은 부호 집합 내 부호들끼리 위상 차이가 없을 때 PCC (Periodic Cross-Correlation) 또는 ACC (Aperiodic Cross-Correlation) 값이 0인 부호이다^{3,4}. 특히, [4]에서는 길이가 N 인 이진 부호열(또는 수열)의 PAC 값은 N 을 4로 나눈 나머지가 0일 때는 0, 1 또는 3일 때는 1, 2일 때는 2 이상이 됨을 보였으며, $4 < N < 548,964,900$ 에서는 이상적인 이진 수열이 없음을 증명하였다. 또한, 좋은 이진 부호를 설계하기 위해서는 ACC에 대한 분석이 중요함을 밝혔다³.

본 논문에서는 대표적인 직교(orthogonal) 이진 부호인 Walsh 부호와 준직교(quasi-orthogonal) 부호인 GIG (Gray and Inverse Gray, [5]) 부호의 특성을 분석하고($n = 2, 3, \dots$), 이를 결합한 Walsh-GIG 부호를 제안한다. 제안한 Walsh-GIG 부호와 함께 Walsh 부호와 GIG 부호의 성능을 MSAAC (Mean-Square Aperiodic Auto-Correlation), MSACC (Mean-Square ACC), FoM (Figure of Merit)을 사용해 분석한다.

* 본 연구는 과학기술정보통신부 및 정보통신기획평가원의 대학ICT연구센터사업의 연구결과로 수행되었음(IITP-2024-RS-2023-00258 639).

• First Author : (0000-0002-8648-1540) Konkuk University, Department of Electrical and Electronics Engineering, kelvin@konkuk.ac.kr, 조교수, 정희원,

o Corresponding Author : (0000-0002-4192-2146) Konkuk University, Department of Electrical and Electronics Engineering, kimsy@konkuk.ac.kr, 정교수, 종신회원,

논문번호 : 202402-036-B-LU, Received February 23, 2024; Revised February 27, 2024; Accepted February 27, 2024

II. Walsh-GIG 부호 설계 및 성능 분석

Walsh 부호는 Hadamard 행렬을 사용한 길이가 2^n 의 대표적인 직교 부호이다. 따라서, Walsh 부호열 사이의 내적(inner product)은 0이며, 부호 집합의 원소 수 M 은 2^n 이다^[1-5]. 길이가 4와 8인 Walsh 부호는 표 1의 ‘W4’와 ‘W8’과 같다. 본 논문에서는 길이가 2^n 인 Walsh 부호를 ‘W 2^n ’처럼 적는다. ‘W4’는 $M=4$ 이고, ‘W8’은 $M=8$ 이다. 표 1의 부호열은 16진수로 표시하였다.

GIG 부호는 [5]의 저자가 제안한 직교/준직교 부호로서 길이가 n 인 Gray 부호와 Inverse Gray 부호를 결합하여, $N=2n$, $M=4n$ 의 초기 GIG 부호를 생성한다. 본 논문에서는 길이가 $2n$ 인 GIG 부호를 ‘G $2n$ ’처럼 적는다. GIG 부호의 Gray 부호와 Inverse Gray 부호를 생성하기 위해서는 비트위치순열집합(bit position permutation set)의 한 원소를 부호생성을 위한 비트위치로 결정해야 하며, 이는 표 1의 ‘P.-Set’과 같다. GIG 부호는 부호 길이에 대한 순열 크기만큼의 부호군(code group)을 정의할 수 있다. 여러 GIG 부호 가운데 직교 부호는 ‘G8’이며, ‘G4’는 준직교 부호이다. GIG 부호는 직교/준직교성을 유지하기 위해 생성한 부호 집합 중 상위(또는 하위) 절반만 사용한다. 본 논문에서는 [5]와 같이 상위 절반만 사용한다. 이는 표 1에 정리한 GIG 부호와 같다. 즉, 직교/준직교성이 유지되는 GIG 부호에 대한 $M=2n$ 이다.

‘G4’와 ‘G8’에는 각각 ‘W4’와 ‘W8’에 포함된 부호열이 있으며, 이는 표 1에서 짧게 표시하였다. ‘W4’의 부호열은 0_b, 3_b, 6_b, 5_b이다. 본문에서 16진수를 표시할 때는 뒤에 아래첨자 ‘h’를 추가해 표시한다. ‘W4’와 ‘G4’에서 같이 사용하는 부호열은 0_b와 6_b이다. ‘W4’의 부호열은 서로 직교하며, ‘G4’의 부호열은 준직교한다. 따라서, ‘W4’의 부호열 가운데 표 1에서 적색 굵은 글씨로 표시한 ‘G4’에서 사용하지 않는 부호열을 추가하더라도 준직교성은 유지된다. 본문에서는 이를 Walsh 부호와 GIG 부호를 결합한 부호로서 Walsh-GIG 부호로 제안하고, ‘WG 2^n ’으로 적는다. Walsh 부호와 GIG 부호는 $M=N$ 인 것과 비교하여 제안한 Walsh-GIG 부호는 $M=1.5N$ 으로 부호열 집합이 더 크다. 부호열 집합의 원소 수가 많으면, 사용자 수 또는 RNSS에서 위성 신호의 수를 효과적으로 늘릴 수 있다^[1,4].

ACC 함수 $C_{XY}(l)$ 는 식 (1)과 같다^[3].

표 1. 여러 길이의 Walsh 부호와 GIG 부호
Table 1. Walsh and GIG codes of difference length.

Code	P.-Set	1	2	3	4	5	6	7	8
W4	-	0	3	6	5				
W8	-	00	0F	3C	33	66	69	5A	55
G4	{1,2}	0	6	F	9				
	{2,1}	0	9	F	6				
G8	{1,2,3,4}	00	1E	33	2D	66	78	55	48
	{1,2,4,3}	00	1E	33	2D	AA	B4	99	87
	{1,3,2,4}	00	1E	55	4B	66	78	33	2D
	{1,3,4,2}	00	1E	55	4B	CC	D2	99	87
	{1,4,2,3}	00	1E	99	87	AA	B4	33	2D
	{1,4,3,2}	00	1E	99	87	CC	D2	55	48
	{2,1,3,4}	00	2D	33	1E	55	78	66	4B
	{2,1,4,3}	00	2D	33	1E	99	84	AA	87
	{2,3,1,4}	00	2D	66	4B	55	78	33	1E
	{2,3,4,1}	00	2D	66	4B	CC	E1	AA	87
	{2,4,1,3}	00	2D	AA	87	99	B4	33	1E
	{2,4,3,1}	00	2D	AA	87	CC	E1	66	48
	{3,1,2,4}	00	4B	55	1E	33	78	66	2D
	{3,1,4,2}	00	4B	55	1E	99	D2	CC	87
	{3,2,1,4}	00	4B	66	2D	33	78	55	1E
	{3,2,4,1}	00	4B	66	2D	AA	E1	CC	87
	{3,4,1,2}	00	48	CC	87	99	D2	55	1E
	{3,4,2,1}	00	4B	CC	87	AA	E1	66	2D
	{4,1,2,3}	00	87	99	1E	33	B4	AA	2D
	{4,1,3,2}	00	87	99	1E	55	D2	CC	4B
{4,2,1,3}	00	87	AA	2D	33	B4	99	1E	
{4,2,3,1}	00	87	AA	2D	66	E1	CC	4B	
{4,3,1,2}	00	87	CC	4B	55	D2	99	1E	
{4,3,2,1}	00	87	CC	4B	66	E1	AA	2D	

$$C_{XY}(l) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{N-1-l} u_X(k)u_Y(k+l), & 0 \leq l \leq N-1 \\ \sum_{k=0}^{N-1+l} u_X(k-l)u_Y(k), & 1-N \leq l < 0 \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases} \quad (1)$$

여기서, $u_X(\cdot)$ 와 $u_Y(\cdot)$ 는 같은 부호열 집합 내 서로 다른 부호열이다. MSAAC, MSACC, FoM 값은 각각 식 (2) - 식 (4)와 같다^[3].

$$RSAAC = \frac{1}{MN^2} \sum_{x=1}^M \sum_{l=1-N, l \neq 0}^{N-1} |C_{XX}(l)|^2, \quad (2)$$

$$RSACC = \frac{1}{M(M-1)N^2} \sum_{x=1}^M \sum_{y=1, y \neq x}^M \sum_{l=1-N}^{N-1} |C_{XY}(l)|^2 \quad (3)$$

표 2. 여러 길이의 Walsh 부호, GIG 부호, 그리고 제안한 Walsh-GIG 부호의 특성
 Table 2. Characteristics of several lengths of Walsh, GIG, and the proposed Walsh-GIG codes.

Code	P.-Set	MSAAC	MSACC	FoM		
				max	mean	cmin
W4	-	1.25000	0.58333	1.33333	0.95238	0.57143
G4	all	2.00000	0.25000	1.33333	0.95238	0.57143
WG4	all	1.25000	0.91667	1.33333	0.95238	0.57143
W8	-	2.37500	0.66071	0.72727	0.50563	0.22857
G8	all	2.12500	0.69643	0.88889	0.63492	0.22857
WG8	all	2.02500	0.69643	0.88889	0.63492	0.22857
W16	-	4.06250	0.72917	0.51613	0.30570	0.10323
G16	all	4.43750	0.84821	0.06557	0.05082	0.02395
W64	-	10.39100	0.83507	0.25911	0.12725	0.02399
G64	all	10.53100	2.27121	0.00098	0.00076	0.00037

$$FoM = N^2 / \left(2 \sum_{l=1}^{N-1} |C_{XX}(l)|^2 \right), \quad (4)$$

FoM 값은 한 부호열 집합의 개별 부호열에 대한 값이다³⁾. ‘W8’ 가운데 3C_h 부호열에 대한 C_{XX}(l) 값은 각각 3, -2, -3, -4, -1, 2, 1이다(l = 1, 2, ..., 7). 이를 바탕으로 얻은 FoM = 8/11 ≈ 0.72727이다. 본 논문에서 얻은 FoM 값을 [5]에서 정리한 값과 비교할 수 있도록 표 2에서 ‘W16’, ‘G16’, ‘W64’, ‘G64’의 각 특성값을 추가로 정리하였다.

고려한 모든 부호열에 대한 MSAAC와 MSACC 값, 그리고 FoM의 최대(maximum), 평균(mean), 최소(minimum) 값을 표 2처럼 정리할 수 있다. [3]과 [4]에서는 MSAAC와 MSACC 값은 작을수록 이상적인 이진 부호에 가까운 좋은 부호이고, FoM 값은 클수록 좋은 부호임을 보였다. 표 2에서 적색 굵은 글씨로 표시한 것처럼 제안한 ‘WG8’의 R_{AC} 값은 ‘W8’의 RSAAC 값 보다 약 85.26%이고, ‘G8’의 값보다 약 95.3%로 작고, ‘WG8’와 ‘G8’의 RSACC 값은 ‘W8’의 값보다 약 105.4%로 다소 높고, ‘WG8’와 ‘G8’의 평균 FoM 값은 ‘W8’의 값보다 약 125.6%로 높다. 제안한 ‘WG8’은 ‘W8’과 ‘G8’보다 MSAAC, MSACC, FoM 값이 같거나 우수하다. 또한, 다른 두 부호의 M = 8인 것과 비교하여, 제안한 이진 부호인 ‘WG8’의 M = 12로서 1.5배 더 많은 부호열을 사용할 수 있어 BCS 변조의 이진 부호로 사용할 때, 주파수 설계 유연성을 높일 수 있다.

III. 결 론

본 논문에서는 Walsh 및 GIG 부호를 결합한 Walsh-GIG 부호를 새로운 BCS 변조를 위한 이진 부

호로 제안하였다. 제안한 이진 부호는 Walsh 및 GIG 부호보다 MSAAC, MSACC, FoM 값이 같거나 우수하고, 부호열 집합의 원소가 1.5배 많은 장점을 갖는다. 이후에는 제안한 Walsh-GIG 부호를 사용한 RDSS에 적합한 BCS 변조 기법을 연구할 예정이다.

References

- [1] S. Yoo and S. Y. Kim, “Gray and inverse Gray code-based time multiplexed binary coded symbol modulation scheme for next generation GNSS,” *J. ICROS*, vol. 28, no. 10, pp. 940-949, Oct. 2022. (<https://doi.org/10.5302/J.ICROS.2022.22.0149>)
- [2] H. Kim, C. Kwon, J. Hong, and C. Yoon, “A study on the effects of GNSS signal generator application using DR solution,” *J. KICS*, vol. 47, no. 7, pp. 1004-1009, Jul. 2022. (<https://doi.org/10.7840/kics.2022.47.7.1004>)
- [3] I. Oppermann and B. S. Vucetic, “Complex spreading sequences with a wide range of correlation properties,” *IEEE Trans. Commun.*, vol. 45, no. 3, pp. 365-375, Mar. 1997. (<https://doi.org/10.1109/26.558701>)
- [4] A. Bose and M. Soltanalian, “Constructing binary sequences with good correlation properties: An efficient analytical-computational interplay,” *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 66, no. 10, pp. 2998-3007, Jun. 2018. (<https://doi.org/10.1109/TSP.2018.2814990>)
- [5] K. Usha and K. J. Sankar, “Performance

analysis of new binary user codes for DS-SS communications,” *J. Inst. Eng. (India): Series B*, vol. 97, pp. 61-67, Dec. 2014.
(<https://doi.org/10.1007/s40031-014-0163-3>)